

## WYBRANE ZAGADNIENIA WSPÓŁCZESNEGO MODELOWANIA STRUKTURALNEGO, CZĘŚĆ I: ESTYMOWANE MODELE RÓWNOWAGI OGÓLNEJ W ZARYSIE

RENATA WRÓBEL-ROTTER

Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie  
*e-mail: eewrobel@cyf-kr.edu.pl*

### ABSTRACT

R. Wróbel-Rotter: *Modern structural modelling, part I: estimated general equilibrium models — an overview*. Folia Oeconomica Cracoviensia 2012, 53: 59–83.

The paper presents main building blocks of the estimated general equilibrium models. Models belonging to that class combine in one specification the optimization behavior of consumers and producers with mechanisms that allow to model the nominal and real rigidities observed at the macroeconomic level. Moreover, they allow flexibly to test alternative economic hypotheses. This article contains the first part of the methodology that discusses theoretical assumptions, the second one is devoted to estimation and verification methods and will appear as the continuation article. The goal is to present wide context of their usefulness and highlight methodological challenges.

### STRESZCZENIE

W pracy omówiono podstawowe bloki równań, wynikających z przyjętych układów założeń teoretycznych, tworzące estymowane modele równowagi ogólnej. Stanowią one konstrukcję opartą na mikroekonomicznych zagadnieniach optymalizacyjnych podmiotów gospodarczych, zdefiniowanych w modelu teoretycznym, reguł decyzyjnych i procesów stochastycznych kształtujących dynamikę modelowej gospodarki w czasie, z których następnie otrzymuje się układ równań strukturalnych, w formie nieliniowego systemu racjonalnych oczekiwań. Podstawową grupą podmiotów występujących w modelu są gospodarstwa domowe podejmujące kluczowe decyzje wpływające na kształtowanie się poziomu aktywności w modelowej gospodarce, określając podaż pracy, rodzaj konsumpcji, alokację środków pieniężnych między krajowe i zagraniczne aktywa finansowe, oraz stanowią one jedyne źródło kapitału dla przedsiębiorstw krajowych, ustalając wielkość jego podaży i inwestycji. Decyzje konsumpcyjne i inwestycyjne gospodarstw domowych są opisywane w czasie przez ciąg identycznych zagadnień maksymalizacji użyteczności, niezmiennych dla każdego ze stanów przyszłości, warunkowych względem danego ciągu ograniczeń budżetowych. Prowadzą one do definicji równań Eulera dla konsumpcji, określenia ograniczenia zasobowego

gospodarki i, po zdefiniowaniu procesów stochastycznych kształtujących preferencje w czasie i określających inne zakłócenia losowe, występujące w funkcji użyteczności i ograniczeniu budżetowym, tworzą bezpośrednio równania strukturalne modelu.

Drugą istotną grupą podmiotów występujących w części teoretycznej modelu są przedsiębiorstwa. Sektor produkcyjny ma strukturę dwustopniową, która składa się z przedsiębiorstw wytwarzających produkty pośrednie, wykorzystujących pracę oferowaną przez gospodarstwa domowe i posiadany zasób kapitału, oraz producenta dobra finalnego, który agreguje produkty pośrednie w jednorodny produkt końcowy. Konstrukcja taka ma na celu ujęcie nominalnych opóźnień w reakcji płacy na nieprzewidywalne zmiany warunków zewnętrznych i umożliwić współistnienie w jednym modelu optymalizacyjnych zachowań mikroekonomicznych z obserwowaną na poziomie makroekonomicznym inercją zmiennych. Produkt finalny jest przekazywany gospodarstwom domowym w celach konsumpcyjnych i inwestycyjnych oraz eksporterom, w przypadku modelu gospodarki otwartej. Producent finalny, działający na rynku doskonale konkurencyjnym, wykorzystuje funkcję produkcji, opisaną agregatem o stałej elastyczności substytucji, łącząc produkty pośrednie w jeden agregat. Sektor wytwarzający dobra pośrednie stanowią przedsiębiorstwa działające według zasad konkurencji monopolistycznej: nabywają pracę i wynajmują kapitał od gospodarstw domowych na rynku doskonale konkurencyjnym, wytwarzają niejednorodne dobra pośrednie i sprzedają je producentowi finalnemu. Technologia producentów pośrednich podlega wspólnym, stochastycznym zmianom w czasie i jest najczęściej opisana przez funkcję produkcji Cobba i Douglasa. Optymalne decyzje związane z wielkością produkcji i cenami są ustalane w oparciu o mikroekonomiczne zagadnienia optymalizacyjne: minimalizacji kosztów i maksymalizacji zysku. Model zamykają reguła decyzyjna podmiotu odpowiedzialnego za decyzje monetarne oraz inne równania, w szczególności warunki równoważenia się rynków i ograniczenia zasobowe. Estymowany model równowagi ogólnej jest szczególną konstrukcją, która pozwala przejść od optymalizacyjnych zachowań na poziomie mikroekonomicznym do występujących na poziomie makroekonomicznym inercji poprzez odpowiednie mechanizmy agregujące.

#### KEY WORDS — SŁOWA KLUCZOWE

Estymowany model równowagi ogólnej, mikroekonomiczne zagadnienia optymalizacyjne, maksymalizacja użyteczności i zysku, minimalizacja kosztów, model racjonalnych oczekiwań

Estimated General Equilibrium model, microeconomic optimisation, utility and profit maximisation, cost minimization, rational expectation model

## 1. WSTĘP

Estymowane modele równowagi ogólnej są obecnie podstawową grupą modeli makroekonomicznych, wywodzących się z teorii ekonomii, które służą analizie wpływu na zmienne makroekonomiczne zakłóceń stochastycznych oraz symulacji możliwych ścieżek rozwoju gospodarek. Są one szeroko wykorzystywane w praktyce, ze względu na elastyczne możliwości rozbudowy i testowania konkurencyjnych teorii ekonomicznych. Celem opracowania, składającego się z dwóch części, jest przedstawienie głównych zagadnień metodologicznych związanych z nurtem strukturalnego modelowania makroekonomicznego, bazującego na estymowanych modelach równowagi ogólnej. Niniejszy artykuł, stanowiący część pierwszą pracy, zawiera ogólną charakterystykę modeli należących do tej klasy i omawia główne bloki tworzące model w postaci struktural-

nej. Zagadnienia związane z estymacją równań, tematami analizy wrażliwości i budowy modeli hybrydowych porusza artykuł następny w tym tomie, zatytułowany: „Wybrane zagadnienia współczesnego modelowania strukturalnego, część II: wnioskowanie w estymowanych modelach równowagi ogólnej”. Rozważania w tekście mają charakter ogólny i stanowią próbę podsumowania i zebrania najważniejszych zagadnień metodologicznych oraz przeglądu bieżącej literatury.

## 2. GENEZA I OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA

Strukturalne modele makroekonomiczne, do których należą estymowane modele równowagi ogólnej, mają za zadanie ujęcie dynamiki głównych zmiennych makroekonomicznych w sposób pozostający w zgodzie z teorią ekonomii. Obejmują one m.in. stochastyczne dynamiczne modele równowagi ogólnej (ang. Dynamic Stochastic General Equilibrium, DSGE), dynamiczne modele równowagi ogólnej, (ang. Dynamic General Equilibrium, DGE), i inne modele równowagi ogólnej o charakterze nowokeynesowskim (ang. New-Keynesian General Equilibrium), których cechą wspólną jest to, że ich parametry strukturalne są estymowane na podstawie obserwacji pochodzących z makroekonomicznych szeregów czasowych. Zasadniczą cechą wyróżniającą spośród strukturalnych modeli makroekonomicznych są fundamenty ekonomiczne, na podstawie których są konstruowane związki między zmiennymi występującymi w teoretycznej gospodarce. Modele należące do tej klasy łączą optymalizacyjne decyzje podmiotów gospodarczych na poziomie mikroekonomicznym z obserwowanymi na poziomie makroekonomicznym opóźnieniami w dostosowywaniu się zmiennych w odpowiedzi na zakłócenia stochastyczne, co jest możliwe poprzez konstrukcję odpowiednich mechanizmów agregujących. Z punktu widzenia teorii makroekonomii łączą one idee podejścia nowokeynesowskiego, dopuszczającego niedoskonałości rynków, z nurtem nowoklasycznym zakładającym racjonalność działania gospodarstw domowych i przedsiębiorstw. O cenach i płacach przyjmuje się w modelu założenie nieelastyczności, oznaczające brak natychmiastowej i pełnej reakcji na zmianę warunków zewnętrznych. Modele te nie ujmują bezpośrednio wpływu rynków finansowych na gospodarkę, zakładając ich efektywność, przyjmują zdolność powrotu gospodarki do stanu dynamicznej równowagi i równoważność ricardiańską w polityce fiskalnej. Mając podbudowę w teorii ekonomii umożliwiają one badanie wpływu szeregu czynników na kluczowe zmienne makroekonomiczne, w szczególności mogą ilustrować konsekwencje wystąpienia w gospodarce zakłóceń losowych, pomagać w określeniu determinantów wzrostu gospodarczego, wyjaśniać źródła fluktuacji makroekonomicznych i cyklu koniunkturalnego, analizować mechanizm transmisyjny polityki pieniężnej oraz prognozować efekty zmian polityki gospodarczej. Modele eko-

onomiczne, stanowiące podbudowę teoretyczną estymowanych modeli równowagi ogólnej powstały w odpowiedzi na krytykę stosowanych do końca lat 70. XX wieku wielorównaniowych, strukturalnych modeli popytowych; podsumowanie badań: Fair (1994). Dotyczyła ona m.in. nieodpowiedniego modelowania dynamiki gospodarki, identyfikacji równań behawioralnych i formowania oczekiwań podmiotów gospodarczych w odpowiedzi na zmiany polityki gospodarczej; Lucas (1976). Odpowiedzią było pojawienie się dwóch równoległych nurtów badawczych, z których pierwszy doprowadził do wyłonienia się szerokiej klasy strukturalnych modeli makroekonomicznych; Kydland i Prescott (1982), King, Plosser i Rebelo (1988), Christiano, Eichenbaum i Evans (1999, 2005), natomiast drugi związany był z modelowaniem makroekonomicznych szeregów czasowych za pomocą wektorowej autoregresji; Sims (1980).

Obecnie stosowane w praktyce estymowane modele równowagi ogólnej, ujmujące dynamikę całej gospodarki i wywodzące się z teorii ekonomii, wyłoniły się w efekcie obserwowanej w literaturze ostatniej dekady tendencji zmierzającej do opracowania spójnych ram modelowania makroekonomicznego; omówienie ewolucji przyjmowanych założeń w modelach równowagi ogólnej i przegląd literatury oraz stanu badań zawiera m.in. praca Lane (2001). Próba unifikacji teorii ekonomicznych i ich wykorzystania w badaniach empirycznych doprowadziła do połączenia koncepcji dynamicznych modeli równowagi ogólnej, zakładających równoważące się rynki i racjonalne oczekiwania podmiotów gospodarczych, z koncepcją niedoskonałej konkurencji i nominalnych nieelastyczności występujących w gospodarce; Obstfeld i Rogoff (1995), uogólnienie modelu m.in.: Kim i Kwok (2007). W konsekwencji powstałe modele zaliczane są zarówno do nurtu nowej klasycznej syntezy jak i nazywane bywają nowo-keynesowskimi dynamicznymi modelami równowagi ogólnej, m.in. Goodfriend i King (1997) oraz Rotemberg i Woodford (1997). Modele te głównie stanowiły koncepcje teoretyczne, które po kalibracji parametrów strukturalnych, wykorzystywano m.in. do porównań rezultatów uzyskanych z modeli wektorowej autoregresji i konstrukcji restrykcji ekonomicznych poprawiających jej zdolności prognostyczne; Malley, Muscatelli i Woitek (2005), Ingram i Whiteman (1994). Obserwowane w gospodarce nieprzewidywalne czynniki losowe oraz występowanie innych zakłóceń egzogenicznych spowodowało wprowadzenie do modeli dodatkowych liczących stacjonarnych i niestacjonarnych procesów stochastycznych, co w konsekwencji spowodowało wyłonienie się klasy modeli nazywanych w literaturze stochastycznymi dynamicznymi modelami równowagi ogólnej; Chang i Schorfheide (2003). Zaliczane są one obecnie do nurtu Nowej Makroekonomii Gospodarki Otwartej (ang. New Open Economy Macroeconomics, NOEM); Bergin (2003). Obszerny wstęp do zagadnień estymowanych modeli równowagi ogólnej, dyskusję ich własności oraz możliwości zastosowania przedstawia m.in. Tovar (2008).

Cechą charakterystyczną estymowanych modeli równowagi ogólnej jest zależność parametrów i procesów stochastycznych występujących w równaniach

strukturalnych od parametrów fundamentalnych nie występująca w modelach, w których równania tworzy się poprzez opis zależności między kategoriami makroekonomicznymi, zob. m.in. Fagan, Henry i Mestre (2005) i nowsza wersja Warne, Coenen i Christoffel (2012). W modelu wykorzystuje się założenie, że znaczne i częste zmiany parametrów opisujących preferencje i technologię są mało prawdopodobne, co upoważnia przyjęcie założenia o ich stałości w czasie, bądź stopniowej ewolucji; Pagan (2001). Mikroekonomiczne podstawy na których jest konstruowany model powodują, że bezpośrednio uwzględnia się oczekiwania podmiotów, co do kształtowania się przyszłych warunków gospodarczych oraz mechanizmy ustalania się cen i wydatków konsumpcyjnych co powoduje, że model taki uwzględnia argumenty przedstawione w pracy: Lucas (1976). Bezpośrednie ujęcie w modelu użyteczności gospodarstw domowych może być podstawą do analizy konsekwencji alternatywnych scenariuszy polityki pieniężnej dla konsumentów, m.in. Otrok (2001), Juillard, Karam, Laxton i Pesenti (2006).

Skonstruowanie układu dynamicznego opisującego gospodarkę i jednocześnie wywodzącego się z teorii ekonomii, zawierającego znaczną liczbę niestacjonarnych procesów stochastycznych oraz nominalnych i realnych opóźnień w dostosowywaniu się cen i płac, okazało się mieć kluczowe znaczenie w opisie szeregów makroekonomicznych. Opracowanie metod efektywnej estymacji parametrów strukturalnych oraz możliwość elastycznego formułowania i testowania zróżnicowanych hipotez ekonomicznych przesądziło o ich szerokich możliwościach aplikacyjnych. W zakresie budowy średniej wielkości empirycznych systemów służących modelowaniu polityki pieniężnej za model fundamentalny uważa się system skonstruowany w 2001 roku dla gospodarki zamkniętej, opublikowany w pracy: Christiano, Eichenbaum i Evans (2005). Model ten, wyznaczający obecnie dominujący kierunek badań empirycznych, następnie uogólniono na przypadek ujmujący gospodarkę otwartą i opracowano efektywne, pozwalające na uwzględnienie informacji wstępnej, metody estymacji parametrów strukturalnych. W pierwotnej swojej postaci wywodzi się on z pionierskich prac, takich jak: Obstfeld i Rogoff (1995) oraz Erceg, Henderson i Levin (2000).

Estymowane modele równowagi ogólnej o większej skali niż pierwotne modele teoretyczne znalazły zastosowanie przede wszystkim w instytucjach finansowych o zasięgu międzynarodowym i bankach centralnych: Kortelainen (2002) model opracowany dla 11 krajów strefy euro w Bank of Finland; Black, Cassino, Cassino, Hansen, Hunt, Rose i Scott (1997) oraz Szeto (2002), funkcjonujące w Reserve Bank of New Zealand, przy czym ostatnia praca jest połączeniem obliczeniowego modelu równowagi ogólnej (ang. computational general equilibrium model, CGE) z modelem dynamicznym, reprezentującym ścieżkę dostosowania zmiennych makroekonomicznych do stanu stabilnego, wyznaczonego przez CGE. Z dalszymi prac należy wymienić: Benigno i Thoenissen (2003) w Bank of England, Smets i Wouters (2005) model dla strefy euro i gospodarki USA, Dib (2003), Bouakez, Cardia i Ruge-Murcia (2002), Moran i Dolar (2002),



Ambler, Dib i Rebei (2003), Coletti, Hunt, Rose i Tetlow (1996) oraz Murchison, Rennison i Zhu (2004) w Bank of Canada, Laxton i Pesenti (2003) w Międzynarodowym Funduszu Walutowym, jako wersja modelu dla gospodarki globalnej opracowanego m.in. pod kierunkiem: Rajan (2004), Lindé, Nessén i Söderström (2009) oraz Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b) w szwedzkim Riksbanku, Erceg, Guerrieri i Gust (2005) model SIGMA skonstruowany w Systemie Rezerwy Federalnej, Pytlarczyk (2005) dla gospodarki niemieckiej, Pytlarczyk (2007), Smets i Wouters (2003, 2007), Ratto, Röger, in't Veld i Girardi (2005) oraz Ratto i Röger (2005) dla strefy euro, Breuss i Rabitsch (2009) dla Austrii, Burriel, Fernández-Villaverd i Rubio-Ramírez (2009) dla gospodarki hiszpańskiej, Haider i Khan (2008) dla Pakistanu oraz Gabriel, Levine, Pearlman i Yang (2010) dla Indii. Charakterystyczną cechą powyższych modeli jest to, że stopniowo odchodzi się w nich od metod kalibracji parametrów na rzecz ich formalnej estymacji, najczęściej metodami bayesowskimi, umożliwiającymi, w procesie wnioskowania połączenie informacji wynikającej z teorii ekonomii z danymi empirycznymi. Warto zwrócić uwagę na modele konstruowane i oszacowane w Sveriges Riksbank, w szczególności na model opracowany wspólnie z autorami koncepcji estymacji modeli równowagi ogólnej: Altig, Christiano, Eichenbaum i Lindé (2011), oraz pozostałe: Adolfson (2007), Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2004, 2005a, 2008a, 2008b), Adolfson, Laseén, Lindé, Villani i Svensson (2011) oraz Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b). Ostatnia praca przedstawia pierwszy duży model równowagi ogólnej, w pełni estymowany metodami bayesowskimi który, po oszacowaniu na danych polskich, znajduje się również w dyspozycji Narodowego Banku Polskiego, Grabek, Kłos i Utzig-Lenarczyk (2007). Modele estymowane dla danych polskich można znaleźć również w pracach: Kolasa (2008), Brzoza-Brzezina i Makarski (2010) oraz Gradzewicz i Makarski (2009). Strona teoretyczna estymowanych modeli równowagi ogólnej została omówiona m.in. w pracach: Christiano, Trabandt i Walentin (2010), Galí (2008), Colander (2006), Canova (2006), Woodford (2003). Szereg artykułów o charakterze empirycznym traktuje różne aspekty ich konstrukcji i ujęcia zagadnień wpływu decyzji monetarnych na sferę realną i nominalną gospodarki, m.in. Adolfson (2007), Christiano, Eichenbaum i Evans (2005), Clarida, Galí i Gertler (1999, 2000), Evans i Honkapohja (2006), Galí i Monacelli (2005), Kim (2000), Schmitt-Grohé i Uribe (2004a, 2004b, 2005, 2007), Sims (2001, 2002a), Benhabib, Schmitt-Grohé i Uribe (2001b), Galí (2002), Khan, King i Wolman (2003), Levin, Onatski, Williams i Williams (2005), Rabanal (2007), Smets i Wouters (2002), Brzoza-Brzezina, Kolasa i Makarski (2011) oraz Brzoza-Brzezina i Kolasa (2012). Wymienione prace nie wyczerpują powstałych aplikacji estymowanych modeli równowagi ogólnej, natomiast mają zasygnalizować szerokie możliwości ich zastosowania praktycznego i użyteczność w badaniach empirycznych.

Oprócz konstrukcji części teoretycznej modelu ważnym zagadnieniem metodologicznym są metody estymacji jego parametrów. Pierwotnie technikami po-

szukiwania odpowiednich ich wartości była kalibracja, stosowana standardowo w modelowaniu makroekonomicznym. Analiza zdolności modeli kalibrowanych do opisu stylizowanych zależności, występujących w szeregach makroekonomicznych pochodzących z gospodarki USA, wskazuje na potencjalne problemy i potrzebę stosowania w praktyce metod estymacji parametrów strukturalnych, również z możliwością uwzględnienia dodatkowych informacji pochodzących z innych źródeł, m.in. opartych na badaniach mikroekonomicznych; Söderström, Söderlind i Vredin (2002), Kim i Pagan (1999), Kydland i Prescott (1996). Oprócz kalibracji, wykorzystywano również przybliżone techniki estymacji, ustalały wartości parametrów po minimalizacji odległości wybranych funkcji odpowiedzi impulsowych z modelu strukturalnego od analogicznych wielkości w identyfikowalnym modelu wektorowej autoregresji, m.in. Rotemberg i Woodford (1997), Schorfheide (2000), Murchison, Rennison i Zhu (2004), Christiano, Eichenbaum i Evans (2005), Black, Cassino, Cassino, Hansen, Hunt, Rose i Scott (1997) oraz Christiano, Trabandt i Walentin (2010). Nieco rzadziej stosowano również metodę największej wiarygodności, m.in. Ireland (2004), Bouakez, Cardia i Ruge-Murcia (2002) oraz Moran i Dolar (2002).

Estymacja parametrów strukturalnych na gruncie wnioskowania bayesowskiego, która w odróżnieniu od kalibracji wykorzystuje funkcję wiarygodności generowaną przez estymowany model równowagi ogólnej oraz umożliwia uwzględnienie informacji spoza próby, została zaproponowana w pracy: Lubik i Schorfheide (2006). Metody bayesowskie zostały wykorzystane do estymacji parametrów strukturalnych i parametrów opisujących strukturę stochastyczną modeli w pracach: Smets i Wouters (2003) oraz Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b). Zastosowanie metod wnioskowania bayesowskiego można uważać za kontynuację koncepcji bayesowskiej kalibracji i prac bezpośrednio prezentującymi możliwości jej praktycznego wykorzystania; Canova (1994), DeJong, Ingram i Whiteman (1996, 2000) oraz Geweke (1999). Strona numeryczna estymacji bayesowskiej jest realizowana z wykorzystaniem technik Monte Carlo opartych na łańcuchach Markowa (ang. Markov Chain Monte Carlo, MCMC) i, sporadycznie, metod Monte Carlo z funkcją ważności; De Jong, Ingram i Whiteman (2000) oraz An i Schorfheide (2007). Więcej na temat własności stosowanych algorytmów i oceny ich zbieżności można znaleźć w pracach: Chib (1995), Cowles i Carlin (1996), Brooks i Gelman (1998), Geweke (1992), Tierney (1994), Gamerman (1997), O'Hagan (1994). W praktyce najczęściej stosuje się algorytm Metropolis'a i Hastingsa, w którym wartość oczekiwana gęstości próbnej jest zmienna i ustalana na poziomie ostatniego zaakceptowanego stanu łańcucha Markowa (ang. random walk Metropolis-Hastings); Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b), Smets i Wouters (2007), oraz książki: Marin i Christian (2007), Tanner (1996). Metody Monte Carlo są stosowane zarówno do aproksymacji brzegowych rozkładów *a posteriori* parametrów jak i przybliżania brzegowych gęstości obserwacji, niezbędnych w procesie porównywania modeli, Rabanal i Rubio-Ramírez (2005a, 2005b).

Estymowane modele równowagi ogólnej stosowane w praktyce, charakteryzujące się dużą skalą, zapewniają lepszy opis zależności występujących w rzeczywistej gospodarce, posiadają szereg rozbudowanych założeń i są zazwyczaj opracowywane dla kilku sektorów gospodarki, co skutkuje ich znaczną złożonością operacyjną i trudnościami ze szczegółowym omówieniem wszystkich przyjmowanych założeń. Wybrane zagadnienia metodologiczne stanowiły temat analiz we wcześniejszych pracach autorki: wprowadzenie w tematykę: Wróbel-Rotter (2007b, 2007c), szczegóły wyprowadzenia równań strukturalnych przykładowego modelu: Wróbel-Rotter (2011a, 2011c, 2012e), omówienie zagadnień estymacji i metod numerycznych: Wróbel-Rotter (2007a, 2008, 2012b, 2012f), prezentacja technik oceny stabilności rozwiązania i zależności między parametrami postaci strukturalnej i zredukowanej: Wróbel-Rotter (2011b, 2012c) oraz opis metody budowy hybrydowego modelu wektorowej autoregresji: Wróbel-Rotter (2012a, 2012d).

Całość zagadnień metodologicznych można podzielić na następujące, zasadnicze części:

1. Specyfikacja mikroekonomicznych zagadnień optymalizacyjnych i reguł decyzyjnych podmiotów występujących w modelu, definicja procesów stochastycznych określających dynamikę zakłóceń stochastycznych, zapisanie ograniczeń zasobowych oraz innych równań występujących w części teoretycznej modelu.
2. Analityczne rozwiązanie zagadnień optymalizacyjnych konsumentów i producentów oraz zapisanie warunków pierwszego rzędu, które wraz z pozostałymi równaniami określają postać strukturalną modelu, tworzącego formę nieliniowego systemu racjonalnych oczekiwań.
3. Linearyzacja równań modelu wyrażonych dla zmiennych zapisanych w formie odchyleń od ich wartości odpowiadających stabilnemu stanowi modelu. Możliwe jest pozostawienie modelu w formie nieliniowej, co wymaga zastosowania innych metod jego rozwiązywania i estymacji, znacznie podnoszących stopień skomplikowania numerycznego aplikacji.
4. Przekształcenie systemu zlinearyzowanych równań strukturalnych w postać zredukowaną i zapisanie ich reprezentacji w formie przestrzeni stanów, składającej się z równania przejścia, otrzymanego po rozwiązaniu postaci zlinearyzowanej, oraz równania obserwacji, definiującego powiązanie zmiennych endogenicznych, występujących w modelu teoretycznym, ze zmiennymi obserwowanymi.
5. Estymacja parametrów strukturalnych modelu na podstawie jego reprezentacji w przestrzeni stanów, na którą się składają: specyfikacja rozkładu *a priori*, konstrukcja funkcji wiarygodności, przyjęcie odpowiednich metod numerycznych, w szczególności zastosowanie algorytmu Metropolis i Hastingsa, oraz ocena jego zbieżności.



6. Zastosowanie modelu w analizach: symulacji wariantów decyzji gospodarczych, prognozowania zmiennych makroekonomicznych i oceny przebiegu funkcji odpowiedzi impulsowych, porównań z rezultatami otrzymanymi na podstawie konkurencyjnych specyfikacji.
7. Dodatkowa weryfikacja, pozwalająca na uzyskanie wglądu w zależności występujące w modelu, poprzez zastosowanie narzędzi analizy wrażliwości, badanie obszarów stabilności rozwiązania, dyskusję stopnia poprawności specyfikacji zagadnień optymalizacyjnych i równań strukturalnych, itp.
8. Zastosowanie w konstrukcji innych modeli ekonometrycznych, w tym połączenia z wektorową autoregresją, umożliwiające większą elastyczność w dopasowywaniu się do danych empirycznych, i ich wykorzystanie jako punktu odniesienia do porównań z innymi modelami.

### 3. MODEL W POSTACI STRUKTURALNEJ

Estymowane modele równowagi ogólnej stanowią konstrukcje oparte na mikroekonomicznych zagadnieniach optymalizacyjnych podmiotów gospodarczych występujących w modelu teoretycznym, reguł decyzyjnych i procesów stochastycznych kształtujących dynamikę modelowej gospodarki w czasie, z których następnie otrzymuje się układ równań strukturalnych, w formie nieliniowego systemu racjonalnych oczekiwań. Model zbudowany na gruncie teorii ekonomii ma za zadanie opisać kształtowanie się najważniejszych szeregów makroekonomicznych, takich jak stopa wzrostu PKB, inflacja cenowa i płacowa, stopa procentowa, inwestycje, import i export. Na mocy konstrukcji, wnioskowanie w modelach należących do tej klasy, polega na określeniu wartości parametrów fundamentalnych, charakteryzujących podmioty występujące w modelowej gospodarce i jej własności dynamiczne, na podstawie ograniczonego zbioru zagregowanych szeregów czasowych. Mając na uwadze cel, jakiemu ma służyć budowany model, należy rozważyć w procesie jego konstrukcji, jakie szeregi makroekonomiczne zostaną przyjęte do estymacji, jakie uwzględnić założenia o mechanizmach kształtujących ceny i płace, przyjmując kształt preferencji i rodzaj technologii oraz zadecydować jakie metody rozwiązywania i estymacji parametrów strukturalnych zostaną wykorzystane. Ogólny opis głównych bloków zagadnień optymalizacyjnych i reguł decyzyjnych, pozwalający na nakreślenie procesu budowy estymowanych modeli równowagi ogólnej oraz zaprezentowanie schematu powstawania równań strukturalnych, został opracowany na podstawie przeglądu dostępnej literatury, w głównej mierze dotyczącej modeli stosowanych w bankach centralnych.

#### 4. GOSPODARSTWA DOMOWE

Sektor konsumentów stanowi *continuum* gospodarstw domowych, o nieskończonym horyzoncie życia, których liczba jest indeksowa przez  $j \in (0,1)$ . Podejmują one kluczowe decyzje wpływające na kształtowanie się poziomu aktywności w modelowej gospodarce, określając podaż pracy, rodzaj konsumpcji, alokację środków pieniężnych między krajowe i zagraniczne aktywa finansowe, oraz stanowią one jedyne źródło kapitału dla przedsiębiorstw krajowych, ustalając wielkość jego podaży i inwestycji. Decyzje konsumpcyjne i inwestycyjne gospodarstw domowych są opisywane w czasie przez ciąg identycznych zagadnień maksymalizacji użyteczności, niezmiennych dla każdego ze stanów przyszłości, warunkowych względem danego ciągu ograniczeń budżetowych. Preferencje  $j$ -tego gospodarstwa domowego wyrażają się przyjętą postacią analityczną chwilowej funkcji użyteczności  $U(\cdot)$ , której argumentami są najczęściej: wielkość konsumpcji  $C_t(j)$ , podaż pracy  $H_t(j)$  i wartość realnych zasobów pieniężnych  $Q_t(j)$ . Optymalne decyzje są podejmowane po maksymalizacji oczekiwanej, nieskończonej sumy zdyskontowanych użyteczności, warunkowej względem ciągu ograniczeń budżetowych:

$$E_0^{(j)} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t(j), H_t(j), Q_t(j); \xi_t^u, \theta_u),$$

gdzie  $E_0$  jest operatorem wartości oczekiwanej warunkowej względem zbioru informacji posiadanej przez konsumenta w momencie początkowym,  $\beta$  jest czynnikiem dyskontującym, wspólnym dla całej gospodarki,  $\theta_u$  grupuje parametry występujące w funkcji użyteczności, natomiast  $\xi_t^u$  zawiera egzogeniczne procesy stochastyczne, wpływające na kształtowanie się użyteczności w czasie. Obejmuje on wszystkie zmienne losowe opisujące nieprzewidywalną zmienność czynników realnych wpływających na argumenty funkcji użyteczności, do których można zaliczyć m.in. zmienność w gustach gospodarstw domowych związaną z poziomem konsumpcji czy też ilością oferowanej pracy, Woodford (2003). Argumenty i postać analityczna funkcji użyteczności, zależą od przyjętych w modelu założeń; najczęściej są to funkcje o stałej awersji do ryzyka i ich uogólnienia, (ang. Constant Rate of Risk Aversion, CRRA): Erceg, Guerrieri i Gust (2005), Lindé, Nessén i Söderström (2009), Benigno i Thoenissen (2003) oraz Smets i Wouters (2003, 2007). Możliwe jest ich połączenie z postaciami logarytmicznymi; Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b). Niekiedy są przyjmowane funkcje o stałej elastyczności substytucji, jak również możliwe jest uchylenie warunku nieskończonego horyzontu życia gospodarstw domowych; Kortelainen (2002).

Funkcje użyteczności, w modelach wykorzystywanych w praktyce, mogą uwzględniać dodatkowe cechy, opisujące kształtowanie się decyzji konsumentów. Poprzez wprowadzenie opóźnionej zmiennej  $C_{t-1}(j)$ , modeluje się inercję

zachowań konsumpcyjnych i zasadę kształtowania przyzwyczajeń (ang. habit formation), oznaczającą zmianę poziomu i rodzaju własnej konsumpcji na skutek wygładzania jej poziomu w czasie oraz systematycznego dostosowywania do obserwowanej konsumpcji innych gospodarstw domowych, według zasady „dorównać Kowalskim” (ang. catching up with the Joneses). Obecność w funkcji użyteczności realnych zasobów pieniężnych modeluje koszty transakcyjne, związane z utrzymywaniem pewnego zasobu pieniądza nie przynoszącego dochodu oraz, w sposób pośredni, ujmuje nieelastyczności, występujące w gospodarce, związane z koniecznością zawierania transakcji (ang. transactions frictions). Przyjmujemy standardowe założenia dotyczące funkcji użyteczności  $U(\cdot)$ : dla dowolnej realizacji wektora zakłóceń  $\xi_t$  jest to funkcja wklęsła i silnie rosnąca względem konsumpcji  $i$ , dodatkowo, addytywnie separowalna względem podaży pracy i zasobów pieniężnych, m.in. Varian (1992), Mas-Colell, Whinston i Greene (1995). Kontrowersje związane z nazewnictwem funkcji  $U(\cdot)$  (niekiedy nazywana jest ona „niebezpośrednią” funkcją użyteczności), dyskusja konsekwencji uchylenia poszczególnych założeń oraz ich wpływ na istnienie i określoność równowagi w modelu została zawarta m.in. w pracy Woodford (2003).

Ograniczenie budżetowe  $j$ -tego gospodarstwa domowego, w kolejnych momentach  $t$ , zawiera dodatkową informację na temat kształtowania się przepływów aktywów w modelowanej gospodarce. Jest ono zapisywane w formie prezentującej sposoby alokacji zasobów między: gotówkę  $M_t(j)$ , portfel aktywów finansowych  $B_t(j)$  i wydatki konsumpcyjne  $S_t(j)$ , oraz wskazującej źródła ich pochodzenia, na które składają się: całkowite dochody z pracy  $W_t(j)$  i dochody z aktywów  $D_t(j)$ , pomniejszone o podatki  $T_t(j)$ :

$$M_t(j) + B_t(j) + S_t(j) \leq W_t(j) + D_t(j) - T_t(j),$$

przy czym w modelach wykorzystywanych w praktyce konstruuje się znacznie bardziej rozbudowane ograniczenia budżetowe, uwzględniające ponadto: niepewność związaną z przychodem od aktywów finansowych, odpowiednie stopy podatkowe, koszt kapitału, koszt zmiany wielkości i stopnia wykorzystania kapitału, wydatki inwestycyjne gospodarstw domowych, transfery i inne zmienne wynikające z przyjętych założeń modelowych; Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b), Erceg, Guerrieri i Gust (2005), Murchison, Rennison i Zhu (2004), Benigno i Thoenissen (2003), Smets i Wouters (2003, 2007), Laxton i Pesenti (2003), Kortelainen (2002) oraz Black, Cassino, Cassino, Hansen, Hunt, Rose i Scott (1997).

Ograniczenie budżetowe zapisywane jest podczas optymalizacji w formie równości ze względu na założenie racjonalności działania gospodarstw domowych i przyjmowany jest warunek wyznaczający granicę zadłużenia, eliminujący schemat Ponziego, Woodford (2003). Rozwiązanie zagadnienia maksymalizacji funkcji użyteczności przy ciągu ograniczeń budżetowych prowadzi do warunków pierwszego rzędu, w formie równań Eulera, obrazujących optymalne decy-

zje gospodarstwa domowego dla każdego momentu czasu w zakresie ustalania wielkości konsumpcji, podaży pracy i kapitału, portfela aktywów oraz pozostałych zmiennych w zależności od specyfikacji.

Oddzielnym zagadnieniem jest ujęcie w sposób modelowy rynku pracy. W zależności od sformułowania części teoretycznej modelu jest on traktowany jako doskonale konkurencyjny, w sytuacji przyjęcia założenia jednorodności gospodarstw domowych, bądź też może być uważany za konkurencję monopolistyczną, w przypadku niejednorodności konsumentów, określanej przez niepowtarzalność posiadanych przez nich kwalifikacji. Modelowanie nominalnych nieelastyczności płac uzyskuje się po wprowadzeniu do procesu ich ustalania mechanizmu inercyjnego i założeniu określania wysokości wynagrodzenia przez konsumentów w oparciu o rozwiązanie zagadnienia maksymalizacji użyteczności. Mechanizm inercyjny implikuje, że w danym momencie jedynie frakcja gospodarstw domowych rozwiązuje zagadnienie optymalizacyjne, natomiast pozostała część uaktualnia stawkę płacy w oparciu o przyjętą regułę indeksacyjną, zawierającą m.in. bieżący wskaźnik inflacji i oczekiwaną inflację w okresie następnym. Literatura traktująca o sposobach modelowania rynku pracy jest niezwykle bogata, dlatego zostaną wymienione tutaj niektóre z prac, modelujące płace w kontekście estymowanych modeli równowagi ogólnej: Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b), Adolfson, Lindé i Villani (2005c), Smets i Wouters (2002, 2003, 2005, 2007), Rabanal i Rubio-Ramírez (2005b), Benigno i Thoenissen (2003), Christiano, Eichenbaum i Evans (2005), Altig, Christiano, Eichenbaum i Lindé (2011), Breuss i Rabitsch (2009) oraz Ratto, Röger, in't Veld i Girardi (2005).

## 5. SEKTOR PRODUKCYJNY

Sektor produkcyjny ma strukturę dwustopniową, która składa się z przedsiębiorstw wytwarzających produkty pośrednie, wykorzystujących pracę oferowaną przez gospodarstwa domowe i posiadany zasób kapitału, oraz producenta dobra finalnego, który agreguje produkty pośrednie  $Y_t(i)$  w jednorodny produkt końcowy  $Y_t$ . Możliwe jest również zdefiniowanie w modelu dodatkowego podmiotu, którego celem jest przekształcenie niejednorodnej podaży pracy, oferowanej przez monopolistyczne gospodarstwa domowe, w jednorodny czynnik produkcji, wykorzystywany w procesie produkcji przedsiębiorstw pośrednich. Konstrukcja taka ma na celu ujęcie nominalnych opóźnień w reakcji płacy na nieprzewidywalne zmiany warunków zewnętrznych, por. m.in. Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b). Produkt finalny jest przekazywany gospodarstwom domowym w celach konsumpcyjnych i inwestycyjnych, jeśli są one właścicielami kapitału w przedsiębiorstwach pośrednich, oraz eksporterem, w przypadku modelu gospodarki otwartej. Producent finalny, działający na rynku doskonale konkurencyjnym, wykorzystuje funkcję produkcji opisaną agregatem CES, o stałym efek-

cie skali, łączącym *continuum* produktów pośrednich i opisanym standardowo przez indeks postaci, Dixit i Stiglitz (1977):

$$Y_t = \left[ \int_0^1 Y_t(i)^{\frac{1}{\lambda}} di \right]^{\lambda}$$

gdzie  $1 \leq \lambda \leq \infty$  oznacza współczynniki agregacji, możliwie zmienne w czasie.

Ceny  $P_t(i)$  nakładów  $Y_t(i)$  w procesie produkcji dobra finalnego, ustalone niezależnie przez monopolistycznych producentów pośrednich, są zadane egzogenicznie dla producenta finalnego, podobnie jak cena  $P_t$  produktu finalnego, która wynika z rozwiązania zagadnienia minimalizacji kosztu całkowitego. Na jego podstawie uzyskuje się również funkcje popytu na dobra pośrednie  $Y_t(i)$ , warunkowe względem danej technologii, cen produktu  $P_t$  i cen nakładów  $P_t(i)$ . Opisują one zapotrzebowanie producenta finalnego na poszczególne dobra pośrednie w zależności od ich ceny, charakteryzują się stałą elastycznością cenową popytu i jednorodnością stopnia pierwszego względem produktu finalnego. Cena dobra finalnego ma postać indeksu CES i jest wyprowadzana po uwzględnieniu w funkcji produkcji zapotrzebowania na dobra pośrednie.

Sektor wytwarzający dobra pośrednie stanowi *continuum* przedsiębiorstw, indeksowanych przez  $i \in (0,1)$ , działających według zasad konkurencji monopolistycznej, bez możliwości wejścia i wyjścia z rynku. Przedsiębiorstwa pośrednie nabywają pracę i wynajmują kapitał od gospodarstw domowych na rynku doskonale konkurencyjnym, wytwarzają niejednorodne dobra pośrednie, ustalają ich cenę i sprzedają je producentom finalnym. Technologia producentów pośrednich, podlegająca wspólnym i systematycznym zmianom w czasie, jest opisana przez funkcję produkcji:

$$Y_t(i) = f(K_t(i), H_t(i); \xi_t^p, \theta_p)$$

gdzie  $K_t(i)$  jest ilością kapitału wykorzystywanego w procesie produkcji  $i$ -tego przedsiębiorstwa pośredniego,  $H_t(i)$  oznacza jednorodny nakład pracy,  $f(\cdot)$  jest najczęściej funkcją Cobba i Douglasa, o stałym efekcie skali,  $\xi_t^p$  zawiera zmienne losowe ujmujące wzrost poziomu technologii i losowe zakłócenia w jej poziomie,  $\theta_p$  oznacza parametry występujące w funkcji produkcji i procesach losowych. Całkowity zasób kapitału fizycznego może się różnić od rzeczywistych jego nakładów, ze względu na czynione w niektórych modelach założenia zmiennego jego wykorzystania, m.in. Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b) oraz Baxte i Farr (2005).

Przedsiębiorstwa pośrednie optymalizują decyzje, dotyczące zapotrzebowania na czynniki produkcji, rozwiązując zagadnienie minimalizacji kosztu całkowitego, warunkowe względem zadanych egzogenicznie, przez producentów



dóbr finalnych, funkcji popytu na ich dobra oraz, ustalanych przez gospodarstwa domowe, cen kapitału i pracy. Swoje zobowiązania płacowe regulują oni z funduszy własnych oraz zaciągając kredyty, co prowadzi do określenia związku między nominalną stopą procentową w gospodarce a kosztami pracy w przedsiębiorstwie. Zagadnienie minimalizacji kosztu w  $i$ -tym przedsiębiorstwie pośrednim, w momencie  $t$ , można zapisać w ogólnej postaci:

$$\min_{K_t(i), H_t(i)} (w_H H_t(i) + w_K K_t(i)), \text{ przy warunku: } f(K_t(i), H_t(i); \xi_t^p, \theta_p) = Y_t^*(i),$$

gdzie  $w_H$  oznacza cenę jednostkową pracy, która jest związana ze stopą procentową płaconą przez przedsiębiorstwa od pożyczek finansujących wynagrodzenia, zaś  $w_K$  jest stopą procentową po której wynajmowany jest kapitał od gospodarstw domowych.

Obserwowane na poziomie makroekonomicznym opóźnienia w reakcji cen na zmianę warunków zewnętrznych ujmuje się w modelu poprzez wprowadzenie określonych dodatkowych mechanizmów agregacji zmiennych, utrzymując przy tym założenia optymalizacji decyzji na poziomie mikroekonomicznym. W procesie określania cen dóbr pośrednich uwzględnia się dodatkowe mechanizmy inercyjne, z których najczęściej stosowany zaproponowano w pracy Calvo (1983). Inne schematy ustalania cen i ich wpływ na zdolność modelu do opisu danych empirycznych przedstawia m.in. Laforde (2005). Mechanizm inercyjny polega na ograniczeniu częstotliwości optymalizacji decyzji w czasie dla grupy przedsiębiorstw pośrednich. Szansa swobodnego i niezależnego od przeszłości ustalenia ceny przez podmiot zadana jest przez rozkład Bernoulliego, którego parametr określa w każdym momencie ułamek jednostek mogących dokonać ponownej optymalizacji ceny, natomiast pozostałe przedsiębiorstwa uaktualniają jej poziom według ustalonej reguły indeksacyjnej, najczęściej wprowadzając korektę o wskaźnik inflacji. Nowa cena sprzedaży dobra pośredniego w momencie  $t$ , uwzględniająca ryzyko braku możliwości jej optymalizacji w przyszłości, otrzymywana jest w wyniku maksymalizacji oczekiwanej teraźniejszej wartości przyszłych zysków, warunkowej względem egzogenicznej funkcji popytu. Warunki pierwszego rzędu, z tak zdefiniowanego problemu optymalizacyjnego, są wykorzystywane do sformułowania zagregowanej krzywej Phillipsa.

W rozbudowanych modelach dla gospodarek otwartych analogiczne zagadnienia optymalizacyjne są rozwiązywane przez przedsiębiorstwa prowadzące wymianę zagraniczną. *Continuum* eksporterów nabywa jednorodne dobro finalne na rynku krajowym, które transformuje w zróżnicowane dobra eksportowe, sprzedawane następnie zagranicznym gospodarstwom domowym. Modelowa transformacja polega na nadaniu mu odpowiedniej marki (ang. brand naming) powodującej, że każdy z eksporterów jest jedynym dostawcą danego produktu na rynku międzynarodowym. Najczęściej dopuszcza się również istnienie niepełnego dostosowania cenowego na skutek zmian kursu walutowego

(ang. incomplete exchange rate pass-through) oraz krótkookresowych odchyśleń od prawa jednej ceny zarówno w sektorze eksportowym jak i importowym; Christiano, Eichenbaum i Evans (2005), Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b) oraz Ambler, Dib i Rebei (2003). Cena dobra eksportowanego jest ustalana po uwzględnieniu ceny dobra krajowego, określającej koszt krańcowy produkcji, relacji ceny własnej do zagregowanej ceny eksportowej, wynikającej z funkcji popytu na dane dobro, oraz niepewności co do możliwości przyszłej jej optymalizacji, według mechanizmu Calvo (1983). Eksporterzy, którzy w danym momencie nie mogą rozwiązać zagadnienia maksymalizacji zysku, przy danej funkcji popytu na swoje produkty, mogą ustalić nową cenę sprzedaży poprzez indeksowanie dotychczasowej wskaźnikiem inflacji dóbr eksportowych. Sektor importowy najczęściej składa się z dwóch kategorii przedsiębiorstw nabywających jednorodny produkt na rynku międzynarodowym i przekształcający go odpowiednio w dobra konsumpcyjne i inwestycyjne, sprzedawane następnie gospodarstwom domowym na rynku krajowym. Cena sprzedaży dóbr jest ustalana podobnie jak w przypadku eksporterów poprzez rozwiązanie zagadnienia maksymalizacji zysku i uwzględnienie schematu Calvo (1983).

## 6. POLITYKA PIENIĘŻNA I RÓWNOWAGA

Funkcję decydenta monetarnego w estymowanych modelach równowagi ogólnej pełni bank centralny, którego decyzje w modelu są opisywane za pomocą ustalonej reguły decyzyjnej, opisującej bieżący poziom stopy procentowej w funkcji jej opóźnienia  $r_{t-1}$ , oraz takich zmiennych jak: odchylenia wskaźnika inflacji  $\pi_t$  od jego wartości referencyjnej, (celu inflacyjnego, poziomu w stanie stabilnym), luki popytowej  $y_t$ , niekiedy realnego kursu walutowego,  $e_t$ :

$$r_t = f(r_{t-1}, \pi_t, y_t, e_t; \xi_t^r, \theta_r),$$

gdzie  $\theta_r$  oznacza wektor parametrów reguły pieniężnej, zaś  $\xi_t^r$  zawiera zakłócenia losowe.

Polityka pieniężna w modelach równowagi ogólnej ma wpływ na zmienne realne najczęściej poprzez kanał stopy procentowej, kursu walutowego oraz kapitału wykorzystywanego w przedsiębiorstwach (ang. working capital channel). Alternatywne specyfikacje reguł decyzyjnych wraz z omówieniem ich wpływu na gospodarkę można znaleźć m.in. w pracy Woodford (2003). Dyskusję zagadnień wygładzania stopy procentowej przedstawili m.in. Belaygorod, Chib i Dueker (2005). Szczegółowe omówienie kanałów transmisyjnych polityki pieniężnej w sferę realną gospodarki można znaleźć m.in. w pracy: Mishkin (1996). Specyfikacja reguły decyzyjnej i uwzględnienie w niej dodatkowych procesów stochastycznych umożliwia badanie wpływu zakłóceń związanych z realizacją

polityki pieniężnej na zmienne realne. Luka popytowa, występująca w równaniu reguły decyzyjnej banku centralnego, może być mierzona odchyleniami obserwowanej produkcji od wartości wynikającej z trendu w gospodarce, maksymalnej produkcji możliwej do uzyskania, bądź jako odchylenia od wielkości produkcji przy giętkich cenach, m.in. Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b), Smets i Wouters (2003).

Model jest systemem w którym teoretyczna gospodarka pozostaje w stanie równowagi w danym momencie czasu, jeśli wszystkie zdefiniowane rynki pozostają zrównoważone, w sensie zrównania się wielkości popytu i podaży. Jej zapewnienie wymaga jednoczesnego równoważenia się rynków dóbr i rynków finansowych, uwzględnienia ograniczeń zasobowych gospodarki oraz warunków pierwszego rzędu wynikających z zagadnień optymalizacyjnych. Jeśli popyt zgłaszany przez gospodarstwa domowe, decydena fiskalnego oraz eksporterów jest zrównoważony przez krajową produkcję dobra finalnego oraz import inwestycyjny i konsumpcyjny, to istnieje równowaga na krajowym rynku dóbr. Rynek finansowy znajduje się w równowadze, jeśli popyt na kredyty zgłaszany przez przedsiębiorstwa, w celu realizacji ich zobowiązań płacowych, jest równy podaży depozytów przez gospodarstwa domowe powiększonej o ilość pieniądza wprowadzonego do gospodarki przez bank centralny. Analogicznie zapewnia się równowagę na pozostałych, zdefiniowanych w modelu rynkach. Decyzje fiskalne w gospodarce są ujmowane w sposób zwięzły, poprzez specyfikację procesów egzogenicznych dla wydatków budżetowych bądź ich opis systemem wektorowej autoregresji; Ambler, Dib i Rebei (2003), Adolfson, Laseén, Lindé i Villani (2005b).

Oddzielnym zagadnieniem jest kształtowanie się równowagi w czasie, mającej charakter dynamiczny. Model jest systemem równań, które opisują równowagę dynamiczną rozumianą jako zbiór procesów stochastycznych spełniających odpowiednie układy równań, przy założonym kształtowaniu się procesów egzogenicznych. Ścieżkę równowagi gospodarki opisują ilościowo ograniczenia zasobowe i budżetowe, warunki pierwszego rzędu zagadnień optymalizacyjnych, reguły decyzyjne banku centralnego oraz pozostałe równania tworzące nieliniowy system, zawierający opóźnione i oczekiwane wartości zmiennych makroekonomicznych, procesy stochastyczne oraz inne wielkości występujące w modelu. Może ona być również uzyskana po zapisaniu reprezentacji modelu w przestrzeni stanów, w której ewolucja zmiennych stanu jest opisana równaniem przejścia, o parametrach związanych z parametrami fundamentalnymi modelu, i kształtowana jest przez ciąg egzogenicznych, niezależnych zmiennych losowych (innowacji). Równania strukturalne modelu tworzą nieliniowy system racjonalnych oczekiwań, który w zależności od założeń może nie posiadać stabilnej trajektorii równowagi, można wskazać jedno rozwiązanie (ang. determinacy) bądź kilka (ang. indeterminacy). Omówienie problemów istnienia lokalnej i globalnej równowagi dynamicznej oraz jej określoność w rozważanej klasie modeli

jest analizowana m.in. w pracach: Woodford (2003), Lubik i Schorfheide (2003, 2004), Benhabib, Schmitt-Grohé i Uribe (2001a) oraz Beyer i Farmer (2004).

## 7. METODY ROZWIĄZYWANIA MODELI

Najwcześniej konstruowane estymowane modele równowagi ogólnej, w których występowały pełne i natychmiastowe dostosowania cenowe, spełniały warunek Pareto optymalności, co umożliwiało zastosowanie metod programowania dynamicznego do rozwiązania nieliniowego zagadnienia optymalizacyjnego sformułowanego w modelu (ang. social planner problem), tzw. metody iterowania funkcji wartości (ang. value function iteration), z wykorzystaniem aproksymacji kwadratowych; Kydland i Prescott (1982), omówienie m.in. Hansen i Prescott (1995), Anderson, Hansen, McGrattan i Sargent (1996), Canova (2006) oraz Ljungqvist i Sargent (2000), Stokey, Lucas i Prescott (1989) oraz Heer i Maussner (2005). Obecnie dopuszczają one możliwość wystąpienia restrykcji w mikroekonomicznych zagadnieniach decyzyjnych podmiotów gospodarczych, w postaci ograniczenia budżetowego konsumentów i ograniczenia częstości optymalizacji ich decyzji w czasie, oraz przyjmują założenia konkurencji monopolistycznej w sferze przedsiębiorstw. Powoduje to utratę przez modelową gospodarkę cech optymalności w sensie Pareto i konieczność stosowania, do wyznaczenia postaci zredukowanego modelu, metod bazujących na równaniach Eulera.

Fundamentalną metodą rozwiązywania estymowanych modeli równowagi ogólnej jest algorytm stosowany do liniowych systemów równań różnicowych, w sytuacji występowania zmiennych wyrażonych w formie oczekiwanych przyszłych wartości (ang. general linear difference models), który zaproponowali Blanchard i Kahn (1980); wykorzystywany był on m.in. w pracach: Bouakez, Cardia i Ruge-Murcia (2002) oraz Dib (2003). Metoda ta zakłada liniową aproksymację funkcji przejścia i jej stosowanie wydaje się być uzasadnione w przypadku, kiedy istnieją przesłanki do założenia liniowej ewolucji gospodarki w czasie. Propozycje kolejnych algorytmów miały za zadanie przyspieszenie strony numerycznej i uszczegółowienie techniki obliczeniowej, w zależności od postaci analitycznej modelu, m.in. prace: Anderson i Moore (1985), Klein (1997), Zadzorny (1998), Söderlind (1999), Sims (2002b), Zagaglia (2005) i Uhlig (1999). W przypadku niewielkich modeli można zastosować metodę nieokreślonych współczynników (ang. Undetermined Coefficients), zob. m.in. Uhlig (1999) oraz Taylor i Uhlig (1990).

Metody nieliniowe umożliwiają precyzyjniejszą aproksymację funkcji przejścia i obejmują m.in. metodę perturbacji, zaproponowaną w pracy Judd i Guu (1997), którą następnie rozwinęli Judd (2003) i Juillard (2002). Metoda perturbacji polega na rozwinięciu funkcji przejścia w szereg Taylora wokół niestochastycznego stanu stabilnego modelu a następnie wyznaczaniu współczynników

aproksymacji. Zapewnia ona lepsze przybliżenie funkcji przejścia niż metody liniowe, m.in. poprzez uwzględnienie momentów wyższych rzędów rozkładów zakłóceń strukturalnych, i może być stosowana w szerszej klasie modeli, które nie spełniają warunku optymalności Pareto. Dokładność aproksymacji może zostać zwiększona po uwzględnieniu wyrazów wyższego rzędu w szeregu Taylora, Schmitt-Grohé i Uribe (2004c), Chen i Zadrozny (2005). Własności metody perturbacji i porównania z alternatywnymi technikami rozwiązywania modeli racjonalnych oczekiwań zostały omówione m.in. przez: Aruoba, Fernández-Villaverde i Rubio-Ramírez (2006). Spośród dostępnych metod należy wymienić nieco rzadziej stosowane w praktyce metody globalne, takie jak aproksymacje wielomianami Chebyszewa, metody skończonych elementów i inne, Aruoba, Fernández-Villaverde i Rubio-Ramírez (2006), Novales, Dominguez, Perez i Ruiz (2003).

## 8. PODSUMOWANIE

Estymowane modele równowagi ogólnej są konstrukcją złożoną z określonych bloków równań, wynikających z przyjętych układów założeń teoretycznych. Podstawową grupą podmiotów występujących w modelu są gospodarstwa domowe podejmujące kluczowe decyzje związane z poziomem konsumpcji i podażą pracy, po rozwiązaniu mikroekonomicznego zagadnienia maksymalizacji użyteczności przy ograniczeniu budżetowym. Drugą istotną grupą podmiotów są przedsiębiorstwa, które składają się z sektora wytwórców dóbr pośrednich oraz producenta dobra finalnego, agregującego produkty pośrednie. Optymalne decyzje związane z wielkością produkcji i cenami są ustalane w oparciu o mikroekonomiczne zagadnienia optymalizacyjne: minimalizacji kosztów i maksymalizacji zysku. Model zamykają reguła decyzyjna podmiotu odpowiedzialnego za decyzje monetarne oraz inne równania, w szczególności warunki równoważenia się rynków i ograniczenia zasobowe. Estymowany model równowagi ogólnej jest szczególną konstrukcją, która pozwala przejść od optymalizacyjnych zachowań na poziomie mikroekonomicznym do występujących na poziomie makroekonomicznym inercji poprzez odpowiednie mechanizmy agregujące.

## BIBLIOGRAFIA

- Adolfson M. (2007), *Incomplete exchange rate pass-through and simple monetary policy rules*, Journal of International Money and Finance 26.
- Adolfson M., Laseén S., Lindé J., Villani M. (2004), *The role of sticky prices in an open economy DSGE model: A Bayesian investigation*, Journal of the European Economic Association 2.
- Adolfson M., Laseén S., Lindé J., Villani M. (2005a), *Are constant interest rate forecasts modest policy interventions? Evidence from a dynamic open economy model*, International Finance 8.



- Adolfson M., Laseén S., Lindé J., Villani M. (2005b), *Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass-through*, *Journal of International Economics*, 72.
- Adolfson M., Laseén S., Lindé J., Villani M. (2008a), *Empirical properties of closed and open economy DSGE models of the Euro Area*, *Macroeconomic Dynamics* 12.
- Adolfson M., Laseén S., Lindé J., Villani M. (2008b), *Evaluating an estimated New Keynesian small open economy model*, *Journal of Economic Dynamics and Control* 32.
- Adolfson M., Laseén S., Lindé J., Villani M., Svensson L. E. O. (2011), *Optimal monetary policy in an operational medium-sized DSGE model*, *Journal of Money, Credit and Banking* 43.
- Adolfson M., Lindé J., Villani M. (2005c), *Forecasting performance of an open economy Dynamic Stochastic General Equilibrium model*, *Money Macro and Finance (MMF) Research Group Conference 2005* 32.
- Altig D. E., Christiano L. J., Eichenbaum M., Lindé J. (2011), *Firm-specific capital, nominal rigidities, and the business cycle*, *Review of Economic Dynamics*, 14.
- Ambler S., Dib A., Rebei N. (2003), *Nominal rigidities and exchange rate pass-through in a structural model of a small open economy*, *Bank of Canada Working Paper 03-29*, Bank of Canada.
- An S., Schorfheide F. (2007), *Bayesian analysis of DSGE models*, *Econometric Review* 26.
- Anderson E. W., Hansen L. P., McGrattan E. R., Sargent T. (1996), *On the mechanics of forming and estimating dynamic linear economies*, w: *Handbook of Computational Economics* 1, (red.: D. A. K. Hans, M. Amman i J. Rust), North-Holland.
- Anderson G. S., Moore G. (1985), *A linear algebraic procedure for solving linear perfect foresight models*, *Economic Letters* 17.
- Aruoba S. B., Fernández-Villaverde J., Rubio-Ramírez J. F. (2006), *Comparing solution methods for dynamic equilibrium economies*, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30(12).
- Baxte M., Farr D. D. (2005), *Variable capital utilization and international business cycles*, *Journal of International Economics* 65.
- Belaygorod A., Chib S., Dueker M. (2005), *Discrete monetary policy changes and changing inflation targets in estimated DSGE models*, *Review, Federal Reserve Bank of St. Louis*, issue Nov.
- Benhabib J., Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2001a), *Monetary policy and multiple equilibria*, *American Economic Review* 91.
- Benhabib J., Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2001b), *The perils of Taylor rules*, *Journal of Economic Theory* 96.
- Benigno G., Thoenissen C. (2003), *Equilibrium exchange rates and supply side performance*, *Economic Journal* 113.
- Bergin PR. (2003), *Putting the New Open Macroeconomics to a test*, *Journal of International Economics* 60.
- Beyer A., Farmer R. E. A. (2004), *On the indeterminacy of New-Keynesian economics*, *Computing in Economics and Finance*, 152.
- Black R., Cassino V., Cassino A., Hansen E., Hunt B., Rose D., Scott A. (1997), *The forecasting and policy system: the core model*, *Reserve Bank of New Zealand, Research Paper* 43.
- Blanchard O. J., Kahn C. M. (1980), *The solution of linear difference models under linear expectations*, *Econometrica*, 48.
- Bouakez H., Cardia E., Ruge-Murcia F.J. (2002), *Habit formation and the persistence of monetary shocks*, *Journal of Monetary Economics* 52.
- Breuss F., Rabitsch K. (2009), *An estimated two-country DSGE model of Austria and the Euro Area*, *Empirica* 36.
- Brooks S.P., Gelman A. (1998), *General methods for monitoring convergence of iterative simulations*, *Journal of Computational and Graphical Statistics* 7.
- Brzoza-Brzezina M., Kolasa M. (2012), *Bayesian evaluation of DSGE models with financial frictions*, *National Bank of Poland Working Paper* 109.

- Brzoza-Brzezina M., Kolasa M., Makarski K. (2011), *The anatomy of standard DSGE models with financial frictions*, National Bank of Poland Working Paper 80.
- Brzoza-Brzezina M., Makarski K. (2010), *Credit Crunch in a Small Open Economy*, National Bank of Poland Working Paper 75.
- Burriel P., Fernández-Villaverde J., Rubio-Ramírez J. F. (2009), *MEDEA: A DSGE Model for the Spanish Economy*, SERIES Journal of the Spanish Economic Association 1.
- Calvo G. (1983), *Staggered prices in a utility-maximizing framework*, Journal of Monetary Economics 12.
- Canova F. (1994), *Statistical inference in calibrated models*, Journal of Applied Econometrics 9.
- Canova F. (2006), *Methods for applied macroeconomic research*, Princeton University Press, Princeton.
- Chang Y., Schorfheide F. (2003), *Labour supply shifts and economic fluctuations*, Journal of Monetary Economics 50.
- Chen B., Zadrozny P. (2005), *Multi-Step Perturbation Solution of Nonlinear Rational Expectations Models*, Computing in Economics and Finance, 254.
- Chib S. (1995), *Understanding Metropolis Hastings algorithm*, Journal of the American Statistical Association 90.
- Christiano L. J., Eichenbaum M., Evans C. (1999), *Monetary policy shocks: What have we learned and to what end?*, w: Handbook of Macroeconomics 1A, (red.: M. Woodford i J. Taylor), Amsterdam: Elsevier Science, North-Holland.
- Christiano L. J., Eichenbaum M., Evans C. (2005), *Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy*, Journal of Political Economy 113.
- Christiano L. J., Trabandt T., Walentin K. (2010), *DSGE models for monetary policy analysis*, Handbook of monetary economics (red. B.M. Friedman, M. Woodford) 3, Elsevier.
- Clarida R., Gali J., Gertler M. (1999), *The science of monetary policy: a New Keynesian perspective*, Journal of Economic Literature XXXVII.
- Clarida R., Gali J., Gertler M. (2000), *Monetary policy rules and macroeconomic stability: Evidence and some theory*, Quarterly Journal of Economics CXV.
- Colander D. (2006), *Post Walrasian macroeconomics. Beyond the Dynamic Stochastic General Equilibrium model*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Coletti D., Hunt B., Rose D., Tetlow R. (1996), *The dynamic model: QPM*, Bank of Canada Technical Report 1996-75.
- Cowles M. K., Carlin B. P. (1996), *Markov Chain Monte Carlo convergence diagnostics: A comparative review*, Journal of the American Statistical Association 91.
- De Jong D. N., Ingram B. F., Whiteman C. H. (2000), *A Bayesian approach to dynamic macroeconomic*, Journal of Econometrics 98.
- DeJong D. N., Ingram B. F., Whiteman C. H. (1996), *A Bayesian approach to calibration*, Journal of Business Economics and Statistics 14.
- DeJong D. N., Ingram B. F., Whiteman C. H. (2000), *A Bayesian approach to dynamic macroeconomic*, Journal of Econometrics 98.
- Dib A. (2003), *An estimated Canadian DSGE model with nominal and real rigidities*, Canadian Journal of Economics 36.
- Dixit A. K., Stiglitz J. (1977), *Monopolistic competition and optimum product diversity*, American Economic Review 67.
- Erceg C. J., Guerrieri L., Gust C. (2005), *SIGMA: A New open economy model for policy analysis*, International Finance Discussion Papers 835.
- Erceg C. J., Henderson D.W., Levin A.T. (2000), *Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts*, Journal of Monetary Economics, 46.
- Evans G. W., Honkapohja S. (2006), *Monetary Policy, Expectations and Commitment*, Scandinavian Journal of Economics 108(1),.

- Fagan G., Henry J., Mestre R. (2005), *An Area-Wide model (AWM) for the Euro Area*, Economic Modelling 22.
- Fair R. (1994), *Testing macroeconomic models*, Cambridge, Harvard University Press.
- Gabriel V., Levine P., Pearlman J., Yang B. (2010), *An estimated DSGE model of the Indian economy*, School of Economics Discussion Papers 1210, University of Surrey.
- Gali J. (2002), *New perspectives on monetary policy, inflation, and the business cycle*, NBER Working Paper 8767.
- Gali J. (2008), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*, Princeton University Press, Princeton.
- Gali J., Monacelli T. (2005), *Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy*, Review of Economic Studies 72.
- Gamerman D. (1997), *Markov Chain Monte Carlo. Stochastic simulation for Bayesian inference*, Chapman and Hall, London.
- Geweke J. (1992), *Evaluating the accuracy of sampling — based approaches to the calculation of posterior moments*, w: Bayesian Statistics 4 (red.: J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid, A. F. M. Smith), Oxford University Press, Oxford.
- Geweke J. (1999), *Computational experiments and reality*, Computing in Economics and Finance 401.
- Goodfriend M., King R. (1997), *The new neoclassical synthesis and the role of monetary policy*, NBER Macroeconomic Annual 12.
- Grabek G., Klos B., Utzig-Lenarczyk G. (2007), *SOE-PL — model DSGE małej otwartej gospodarki estymowany na danych polskich*, Materiały i Studia NBP 217.
- Gradzewicz M., Makarski K. (2009), *The macroeconomic effects of losing autonomous monetary policy after the Euro adoption in Poland*, Narodowy Bank Polski, Materiały i Studia 58.
- Haider A., Khan U. S. (2008), *A Small Open Economy DSGE Model for Pakistan*, The Pakistan Development Review 47.
- Hansen G., Prescott E. (1995), *Recursive Methods for Computing Equilibria of Business Cycle Models*, Frontiers of Business Cycle Research, (red.: T. F. Cooley), Princeton.
- Heer B., Maussner A. (2005), *Dynamic General Equilibrium modelling. Computational methods and applications*, Springer, Berlin.
- Ingram B. F., Whiteman C.H. (1994), *Supplanting Minnesota prior. Forecasting macroeconomic time series using real business cycle model priors*, Journal of Monetary Economics, 34.
- Ireland P.N. (2004), *A method for taking models to the data*, Journal of Economics Dynamic & Control, 28.
- Judd K. L. (2003), *Perturbation methods and change of variable transformations*, Computing in Economics and Finance 239.
- Judd K. L., Guu S. M. (1997), *Asymptotic methods for aggregate growth models*, Journal of Economic Dynamics and Control 21.
- Juillard M. (2002), *Perturbation method at order k: A recursive algorithm*, Computing in Economics and Finance 257.
- Juillard M., Karam P., Laxton D., Pesenti P. (2006), *Welfare-based monetary policy rules in an estimated DSGE model of the US economy*, European Central Bank Working Paper 613.
- Khan A., King R. G., Wolman A. L. (2003), *Optimal monetary policy*, Review of Economic Studies 70.
- Kim J. (2000), *Constructing and estimating a realistic optimizing model of monetary policy*, Journal of Monetary Economics 45.
- Kim J., Kwok Y. K. (2007), *Higher-Order Properties of the 'Exchange Rate Dynamics Redux' Model*, Computational Economics 30.
- Kim J., Pagan A. R. (1999), *The econometric analysis of calibrated macroeconomic models*, w: Handbook of applied econometrics (red.: M. H. Pesaran i M. R. Wickens), Blackwell Publishers Ltd.

- King R. G., Plosser C., Rebelo S. (1988), *Production, growth and business cycles: I and II*, Journal of Monetary Economics 21.
- Klein P (1997), *Using the generalized Schur form to solve a system of linear expectational difference equations*, Papers on the macroeconomics and fiscal policy, Monograph series 33, Stockholm University.
- Kolasa M. (2008), *Structural heterogeneity or asymmetric shocks? Poland and the euro area through the lens of a two-country DSGE model*, Narodowy Bank Polski.
- Kortelainen M. (2002), *EDGE: a model of the Euro Area with applications to monetary policy*, Bank of Finland Studies E:23.
- Kydland F, Prescott E. (1982), *Time to build and aggregate fluctuations*, Econometrica 50.
- Kydland F, Prescott E. (1996), *The computational experiment: an econometric tool*, Journal of Economic Perspective 10.
- Laforte J. F. (2005), *Pricing models: A Bayesian DSGE approach for the US economy*, Journal of Money, Banking and Credit 39.
- Lane P R. (2001), *The New Open Economy Macroeconomic: A survey*, Journal of International Economics 54.
- Laxton D., Pesenti P (2003), *Monetary rules for small, open, emerging economies*, Journal of Monetary Economics 50.
- Levin A. T., Onatski A., Williams J. C., Williams N. (2005), *Monetary policy under uncertainty in micro-founded macroeconomic models*, Computing in Economics and Finance 478.
- Lindé J., Nessén M., Söderström U. (2009), *Monetary policy in an estimated open-economy model with imperfect pass-through*, International Journal of Finance and Economics 14.
- Ljungqvist L., Sargent T (2000), *Recursive macroeconomic theory*, MIT Press.
- Lubik T, Schorfheide F (2003), *Computing sunspot equilibria in linear rational expectations models*, Journal of Economic Dynamics & Control 28.
- Lubik T, Schorfheide F (2004), *Testing for indeterminacy: An application to US monetary policy*, American Economic Review 94.
- Lubik T, Schorfheide F (2006), *A Bayesian look at New Open Economy Macroeconomics*, NBER Macroeconomic Annual 20.
- Lucas R. E. J. (1976), *Econometric policy evaluation: a critique*, w: The Phillips Curve and Labor Markets, (red.: K. Brunner and A. H. Meltzer), Amsterdam: North-Holland.
- Malley J. R., Muscatelli V. A., Woitek U. (2005), *Real business cycles, sticky wages or sticky prices? The impact of technology shocks on US manufacturing*, European Economic Review 49.
- Marin J. M., Christian P R. (2007), *Bayesian core: A practical approach to computational Bayesian statistics*, Springer, New York.
- Mas-Colell A., Whinston M. D., Greene J.R. (1995), *Microeconomic theory*, Oxford University Press, New York.
- Mishkin F S. (1996), *The channels of monetary transmission: Lessons for monetary policy*, NBER Working Paper 5464.
- Moran K., Dolar V. (2002), *Estimated DGE models and forecasting accuracy: A preliminary investigation with Canadian Data*, Bank of Canada Working Paper 2002-18.
- Murchison S., Rennison A., Zhu Z. (2004), *A structural small open-economy model for Canada*, Bank of Canada Working Paper 2004-4.
- Novales A., Dominguez E., Perez J., Ruiz J. (2003), *Solving nonlinear rational expectations models by eigenvalue — eigenvector decompositions*, Computational Methods for the Study of Dynamic Economies, (red.: R. Marimon and A. Scott), Oxford University Press, Oxford, UK.
- O'Hagan A. (1994), *Bayesian inference*, Edward Arnold, London.
- Obstfeld M., Rogoff K. (1995), *Exchange Rate Dynamics Redux*, Journal of Political Economy 103.
- Otrok C. (2001), *On measuring the welfare cost of business cycles*, Journal of Monetary Economics 47.

- Pagan A. (2001), *Report on modeling and forecasting at the Bank of England*, Report to the Court of Directors of the Bank of England.
- Pytlarczyk E. (2005), *An estimated DSGE model for the German economy*, Computing in Economics and Finance 318.
- Pytlarczyk E. (2007), *Construction and Bayesian estimation of DSGE models for the Euro area- a statistical framework*, VDM Verlag, Berlin.
- Rabanal P (2007), *Does inflation increase after a monetary policy tightening? Answers based on an estimated DSGE model*, Journal of Economic Dynamics and Control 31.
- Rabanal P, Rubio-Ramírez J. F. (2005a), *Comparing New Keynesian models in the Euro Area: A Bayesian approach*, Journal of Monetary Economics 52.
- Rabanal P, Rubio-Ramírez J. F. (2005b), *Comparing New Keynesian models of the Business cycle: A Bayesian approach*, Journal of Monetary Economics, 52.
- Rajan R. (2004), *GEM: A new international macroeconomic model*, International Monetary Fund, Research Department.
- Ratto M., Röger W (2005), *An estimated open-economy model for the EURO area*, Computing in Economics and Finance 84.
- Ratto M., Röger W, in't Veld J., Girardi R. (2005), *An estimated New-Keynesian dynamic stochastic general equilibrium model of the Euro area*, European Economy — Economic Paper 220.
- Rotemberg J., Woodford M. (1997), *An optimization based econometric framework for the evaluation of monetary policy*, NBER Macroeconomic Annual 12.
- Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2004a), *Optimal fiscal and monetary policy under sticky prices*, Journal of Economic Theory 114.
- Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2004b), *Optimal operational monetary policy in the Christiano-Eichenbaum-Evans model of the U.S. business cycle*, NBER Working Paper 10724.
- Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2004c), *Solving dynamic general equilibrium models using a second-order approximation to the policy function*, Journal of Economic Dynamics & Control 28.
- Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2005), *Optimal fiscal and monetary policy in a medium scale macro model*, Computing in Economics and Finance 476.
- Schmitt-Grohé S., Uribe M. (2007), *Optimal simple and implementable monetary and fiscal rules*, Journal of Monetary Economics 54.
- Schorfheide F. (2000), *Loss function based evaluation of DSGE models*, Journal of Applied Econometrics 15.
- Sims C. A. (1980), *Macroeconomics and reality*, Econometrica 48.
- Sims C. A. (2001), *A review of monetary policy rules*, Journal of Economic Literature 39.
- Sims C. A. (2002a), *The role of models and probabilities in the monetary policy process*, Brookings Papers on Economic Activity 2.
- Sims C. A. (2002b), *Solving linear rational expectations models*, Computational Economics 20.
- Smets F, Wouters R. (2002), *Openness, imperfect exchange rate pass-through and monetary policy*, Journal of Monetary Economics 49.
- Smets F, Wouters R. (2003), *An estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium model of the Euro Area*, Journal of the European Economic Association 1.
- Smets F, Wouters R. (2005), *Comparing shocks and frictions in US and Euro Area business cycles: A Bayesian DSGE approach*, Journal of Applied Econometrics 20.
- Smets F, Wouters R. (2007), *Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach*, American Economic Review 97.
- Söderlind P (1999), *Solution and estimation of RE macromodels with optimal policy*, European Economic Review 43.
- Söderström U., Söderlind P, Vredin P (2002), *Can a calibrated New-Keynesian model of monetary policy fit the facts?*, Sveriges Riksbank, Working Paper Series 147.



- Stokey N. L., Lucas E., Prescott E. (1989), *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press, England.
- Szeto K. L. (2002), *A Dynamic Computable General Equilibrium (CGE) model of the New Zealand economy*, New Zealand Treasury Working Paper 02/07.
- Tanner M. A. (1996), *Tools for Statistical Inference*, Springer.
- Taylor J. B., Uhlig H. (1990), *Solving nonlinear stochastic growth models: A comparison of alternative solution methods*, Journal of Business and Economic Statistics 8.
- Tierney L. (1994), *Markov chains for exploring posterior distributions (with discussion)*, Annals of Statistics 22.
- Tovar C. (2008), *DSGE models and central banks*, Economics — The open-access, Open-assessment E-Journal, Kiel Institute for the World Economy, 3.
- Uhlig H. (1999), *A toolkit for analyzing nonlinear dynamic stochastic models easily*, w: Computational Methods for the Study of Dynamic Economies, (red.: R. Marimón i A. Scott), Oxford University Press, Oxford, UK.
- Varian A.H. (1992), *Microeconomics analysis*, Third Edition, WW Norton, New York.
- Warne A., Coenen G., Christoffel K. (2012), *Forecasting with DSGE-VAR Models*, rękopis — Directorate General Research, European Central Bank.
- Woodford M. M. (2003), *Interest and prices. Foundations of a theory of monetary policy*, Princeton University Press.
- Wróbel-Rotter R. (2007a), *Dynamic Stochastic General Equilibrium Models: Structure and Estimation, Modelling Economies in Transition 2006*, (red.: Welfe W, Wdowiński P), Łódź.
- Wróbel-Rotter R. (2007b), *Dynamiczne Stochastyczne Modele Równowagi Ogólnej: zarys metodologii badań empirycznych*, Folia Oeconomica Cracoviensia, tom 48.
- Wróbel-Rotter R. (2007c), *Dynamiczny Stochastyczny Model Równowagi Ogólnej: przykład dla gospodarki polskiej*, Przegląd Statystyczny nr 3, tom 54.
- Wróbel-Rotter R. (2008), *Bayesian estimation of a Dynamic General Equilibrium model*, w: Metody Ilościowe w Naukach Ekonomicznych, Ósme Warsztaty Doktorskie z zakresu Ekonometrii i Statystyki, red. A. Welfe, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.
- Wróbel-Rotter R. (2011a), *Empiryczne modele równowagi ogólnej: gospodarstwa domowe i producent finalny*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, seria Ekonomia, nr 869.
- Wróbel-Rotter R. (2011b), *Obszary stabilności rozwiązania empirycznych modeli równowagi ogólnej: zastosowanie metod analizy wrażliwości*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, seria Metody analizy danych, nr 873.
- Wróbel-Rotter R. (2011c), *Sektor producentów pośrednich w empirycznym modelu równowagi ogólnej*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, seria Ekonomia, nr 872.
- Wróbel-Rotter R. (2012a), *Analiza stopnia zgodności z danymi empirycznymi estymowanego modelu równowagi ogólnej* rękopis — złożone do druku w ZNUEK, seria Ekonomia.
- Wróbel-Rotter R. (2012b), *Empiryczne modele równowagi ogólnej: zagadnienia numeryczne estymacji bayesowskiej*, ZN UEK Metody analizy danych, 878.
- Wróbel-Rotter R. (2012c), *Empiryczne modele równowagi ogólnej: zastosowanie metody dekompozycji funkcji do oceny zależności między postacią strukturalną i zredukowaną*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, seria Metody Analizy Danych, (złożone do druku).
- Wróbel-Rotter R. (2012d), *Estymowane modele równowagi ogólnej i wektorowa autokorelacja: model hybrydowy*, rękopis — złożone do druku w Bank i Kredyt.
- Wróbel-Rotter R. (2012e), *Struktura empirycznego modelu równowagi ogólnej dla niejednorodnych gospodarstw domowych*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, seria Ekonomia, 879.

- Wróbel-Rotter R. (2012f), *Wybrane zagadnienia współczesnego modelowania strukturalnego, część II: wnioskowanie w estymowanych modelach równowagi ogólnej*, *Folia Oeconomica Cracoviensia*, tom 53.
- Zadrozny P. (1998), *An eigenvalue method of undetermined coefficients for solving linear rational expectations models*, *Journal of Economic Dynamics and Control* 22.
- Zagaglia P. (2005), *Solving rational-expectations models through the Anderson-Moore algorithm: An introduction to the Matlab implementation*, *Computational Economics* 26.